

数学甲子園[®]2016

〔文部科学省後援〕第9回 全国数学選手権大会

Sugaku Koshien 2016

予選

競技上の注意

1. 開始の合図があるまで問題用紙を開かないでください。
2. 制限時間は60分です。
3. 競技中は他の人と相談することはできません。
4. 筆記用具、消しゴムのみ使用することができます。
5. 途中提出することはできません。

解答上の注意

1. 解答用紙には答えだけを書いてください。
2. 答えが分数になるとき、約分してもっとも簡単な分数にしてください。
3. 答えに根号が含まれるとき、根号の中の数はもっとも小さい正の整数にしてください。

下記の「個人情報の取扱い」についてご同意いただいたうえでご提出ください。

【この解答用紙でお預かりするすべての個人情報の取扱いについて】

1. 事業者の名称 公益財団法人 日本数学検定協会
2. 個人情報保護管理者の職名、所属及び連絡先
管理者職名：個人情報保護管理者 所属部署：事務局 事務局次長 連絡先：電話 03-5812-8340
3. 個人情報の利用目的 「数学甲子園」の参加者情報の管理、採点、本人確認のため
4. 個人情報の第三者への提供 参加者の紹介のため、氏名、学校名、都道府県名、写真、動画等を、当協会の広報誌、公式サイトやマスコミ等を通じて、広く一般的に提供することがあります。
5. 個人情報取り扱いの委託 前項利用目的の範囲に限って個人情報を外部に委託することがあります。
6. 個人情報の開示等の請求 ご本人様はご自身の個人情報の開示等に関して、下記の当協会お問い合わせ窓口にお申し出ることができます。その際、当協会はご本人様を確認させていただいたうえで、合理的な対応を期間内にいたします。
【お問い合わせ窓口】
公益財団法人 日本数学検定協会 「数学甲子園」係 〒110-0005 東京都台東区上野5-1-1 文昌堂ビル6階
TEL：03-5812-8340 電話受付時間 月～金 9:30～17:00（祝日・年末年始・当協会の休日を除く）
7. 個人情報を提供されることの任意性について ご本人様が当協会に個人情報を提供されるかどうかは任意によるものです。ただし正しい情報をいただけない場合、適切な対応ができない場合があります。



公益財団法人

日本数学検定協会

数学甲子園[®]2016 第9回 全国数学選手権大会 予選

問題1. 次の式を因数分解しなさい。

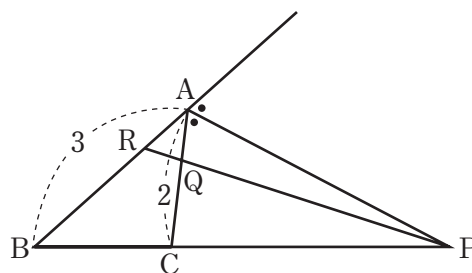
$$2x^2 + 6xy + 4y^2 - 5x - 4y - 3$$

問題2. $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めなさい。

問題3. 2, 0, 1, 6, 0, 9, 1, 8の8個の数字すべてを並べてできる8桁の整数の個数を求めなさい。

問題4. 不定方程式 $2.7x + 3.14y = 23.1$ の解のうち, x, y ともに絶対値が2桁の整数であるものを求めなさい。

問題5. 右の図のように, $AB = 3$, $AC = 2$ である $\triangle ABC$ において, 頂点Aの外角の二等分線と直線BCとの交点をPとします。辺ACを3:5に内分する点をQとし, 直線PQと辺ABとの交点をRとすると, 線分ARの長さを求めなさい。



問題6. 整式 $x^4 + x^2 + 3x + 1$ をある整式 A で割ると、商が $x^2 - 2$ 、余りが $3x + 7$ です。
このとき、整式 A を求めなさい。

問題7. xy 平面上の3点 $A(1, 6)$, $B(8, -1)$, $C(1, -2)$ を通る円の半径を求めなさい。

問題8. x を実数とするとき、次の方程式を解きなさい。

$$4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

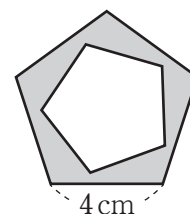
問題9. 次の和を n を用いて表しなさい。

$$\sum_{k=1}^n (2k - n)$$

問題10. 右の表は、5人の生徒 a , b , c , d , e の身長と体重をまとめたものです。この5人の生徒の身長と体重の相関係数を求めなさい。

| | 身長 (cm) | 体重 (kg) |
|-----|---------|---------|
| a | 171 | 68 |
| b | 164 | 57 |
| c | 167 | 60 |
| d | 175 | 74 |
| e | 173 | 66 |

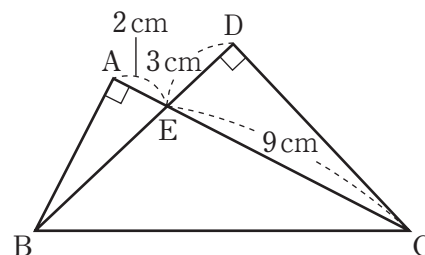
問題11. 右の図のように、1辺が4 cmの正五角形の中に、小さい正五角形をかきます。色を塗った部分の面積と、小さい正五角形の面積が等しいとき、小さい正五角形の1辺の長さを求めなさい。



問題12. 右の図において、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ はいずれも直角三角形であり、点Eは辺ACと辺BDの交点です。

$$AE = 2 \text{ cm}, DE = 3 \text{ cm}, EC = 9 \text{ cm}$$

のとき、辺BCの長さを求めなさい。



問題13. はじめ袋の中に白球3個と赤球2個が入っています。この袋から中を見ないで球を1個取り出して色を確認し、その球が白球のときは袋に戻し、赤球のときは戻さないものとします。

この試行を2回続けて行うとき、2回めに赤球が取り出される確率を求めなさい。

問題14. 次の式の分母を有理化しなさい。

$$\frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + \sqrt{6}}$$

問題15. 3, 5, 7のように, 等間隔(この場合は2です)に並ぶ3個の素数について考えます。A, B, Cを $1 \leq A < B < C \leq 9$ を満たす整数として, 3個の3桁の整数

$$7A7, 7B7, 7C7$$

が等間隔に並ぶ素数であるとき, A, B, Cにあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

問題16. すべての実数 x に対して定義された関数

$$y = (x^2 + 4x + 1)(x^2 + 4x + 6) + 2x^2 + 8x + 3$$

について、 y の最小値とそのときの x の値を求めなさい。

問題17. 次のような群に分けられた数列

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{1}{1} & \left| \frac{1}{2}, \frac{2}{1} \right| & \left| \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1} \right| & \left| \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1} \right| & \dots & \left| \frac{1}{n}, \frac{2}{n-1}, \frac{3}{n-2}, \dots, \frac{n}{1} \right| & \dots \\ \text{第1群} & \text{第2群} & \text{第3群} & \text{第4群} & & \text{第}n\text{群} & \end{array}$$

について、第2100項を求め、既約分数(これ以上約分できない分数)で答えなさい。

問題18. i を虚数単位とします。正の整数 a, b, c, d が

$$(a + bi)(c - di) = 17 \quad \dots (*)$$

を満たすとき、 $a^2 + b^2$ の値はただ1通りに定まります。その値を求めなさい。また、(*) を満たす正の整数の組 (a, b, c, d) をすべて求めなさい。

問題19. $y = \frac{3^x + 3^{-x}}{2}$ について, $x < 0$ のとき, $y + \sqrt{y^2 - 1}$ を, 根号を用いずにできるだけ簡単な x の式で表しなさい。

問題20. 次の等式を満たす関数 $f(x)$ と, 定数 a の値を求めなさい。

$$\int_a^x f(s) ds = x^2 + 2x - \int_1^2 f(t) dt$$



数学検定